

पॉलिथीन बैग हटाने के बाद पेपर सील खोले बगैर इस तरफ से उत्तर शीट को बाहर निकालें ।  
After removing the Polythene bag, without opening the Paper seal  
take out Answer Sheet from this side.

परीक्षा का वर्ष : 2019

ESO-13

प्रश्न-पुस्तिका

अपना अनुक्रमांक सामने अंकों में  
बाक्स के अन्दर लिखें

शब्दों में


प्रश्न-पुस्तिका शृंखला



गणित

समय : 2.00 घंटे  
पूर्णांक : 100

MATHEMATICS

Time : 2.00 Hours  
Maximum Marks : 100

प्रश्नों के उत्तर देने से पहले नीचे लिखे अनुदेशों को ध्यान से पढ़ लें ।

महत्वपूर्ण निर्देश

1. प्रश्न-पुस्तिका के कवर पेज पर अनुक्रमांक एवं प्रश्न-पुस्तिका शृंखला के अतिरिक्त कुछ भी न लिखें ।
2. यदि किसी प्रश्न में किसी प्रकार की कोई मुद्रण या तथ्यात्मक त्रुटि हो तो प्रश्न के अंग्रेजी तथा हिन्दी रूपान्तरों में से अंग्रेजी रूपान्तर को मानक माना जायेगा ।
3. सभी प्रश्नों के अंक समान हैं ।
4. अभ्यर्थी अपने अनुक्रमांक, विषय कोड एवं प्रश्न-पुस्तिका की सीरीज का अंकन OMR Sheet में निर्दिष्ट कॉलम में सही-सही करें, अन्यथा उत्तर-पत्रक का मूल्यांकन नहीं किया जायेगा, जिसकी जिम्मेदारी स्वयं अभ्यर्थी की होगी ।
5. अभ्यर्थी रफ कार्य हेतु प्रश्न-पुस्तिका (बुकलेट) के अन्त में दिये गये पृष्ठों का ही केवल उपयोग करें । अलग से इस हेतु वर्किंग शीट उपलब्ध नहीं करायी जायेगी । अभ्यर्थी प्रश्न पुस्तिका के अंदर रफ कार्य के अतिरिक्त कुछ भी न लिखें ।
6. इस प्रश्न-पुस्तिका में 100 प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न के चार वैकल्पिक उत्तर प्रश्न के नीचे (a), (b), (c) एवं (d) दिये गये हैं । इन चारों में से केवल एक ही सही उत्तर है । जिस उत्तर को आप सही या सबसे उचित समझते हैं, उत्तर-पत्रक (ओ.एम.आर. आन्सर शीट) में उसके अक्षर वाले वृत्त को काले अथवा नीले बॉल प्वाइंट पेन से पूरा काला/नीला कर दें ।
7. सभी प्रश्नों का उत्तर दिया जाना है और प्रत्येक प्रश्न के समान अंक हैं । आपके जितने उत्तर सही होंगे उन्हीं के अनुसार अंक दिये जायेंगे ।
8. आयोग द्वारा आयोजित की जाने वाली वस्तुनिष्ठ प्रकृति की परीक्षाओं में ऋणात्मक मूल्यांकन (Negative Marking) पद्धति अपनायी जायेगी । अभ्यर्थी द्वारा प्रत्येक प्रश्न हेतु दिए गए गलत उत्तर के लिए या अभ्यर्थी द्वारा एक प्रश्न के एक से अधिक उत्तर देने के लिए (चाहे दिए गए उत्तर में से एक सही ही क्यों न हो), उस प्रश्न के लिए निर्धारित अंकों का एक-चौथाई दण्ड के रूप में काटा जाएगा । दण्ड स्वरूप प्राप्त अंकों के योग को कुल प्राप्तांकों में से घटाया जाएगा ।
9. अपने उत्तर आपको अलग से दिये गये ओ.एम.आर. उत्तर-पत्रक में अंकित करने हैं । आपको अपने सभी उत्तर केवल ओ.एम.आर. उत्तर-पत्रक पर ही देने हैं । ओ.एम.आर. उत्तर-पत्रक के अतिरिक्त अन्य कहीं पर दिया गया उत्तर मान्य नहीं होगा ।
10. ओ.एम.आर. उत्तर-पत्रक पर कुछ लिखने के पूर्व उसमें दिये गये सभी अनुदेशों को सावधानीपूर्वक पढ़ लें । ओ.एम.आर. उत्तर-पत्रक में वांछित सूचनाओं को अभ्यर्थी द्वारा परीक्षा प्रारम्भ होने से पूर्व भरा जाना अनिवार्य है ।
11. परीक्षा समाप्ति के उपरान्त ओ.एम.आर. उत्तर-पत्रक अन्तरीक्षक (Invigilator) को वापस लौटा दें, अन्यथा की स्थिति में आयोग द्वारा नियमानुसार कार्यवाही की जाएगी ।
12. यदि आपने इन अनुदेशों को पढ़ लिया है, इस पृष्ठ पर अपना अनुक्रमांक, प्रश्न पुस्तिका शृंखला को अंकित कर दिया है और ओ.एम.आर. उत्तर-पत्रक पर वांछित सूचनायें भर दी हैं, तो तब तक प्रतीक्षा करें, जब तक आपको प्रश्न-पुस्तिका खोलने को नहीं कहा जाता ।
13. ओ.एम.आर. उत्तर-पत्रक (O.M.R. Answer Sheet) का मूल्यांकन ओ.एम.आर. आंसर शीट पर अंकित सीरीज कोड के आधार पर किया जायेगा ।
14. प्रश्न-पुस्तिका (Question Booklet) में से ओ.एम.आर. उत्तर-पत्रक (O.M.R. Answer Sheet) निकालने के पश्चात् ओ.एम.आर. उत्तर-पत्रक एवं प्रश्न-पुस्तिका का सीरीज कोड (A, B, C & D) का मिलान अवश्य कर लें, यदि ओ.एम.आर. उत्तर-पत्रक एवं प्रश्न-पुस्तिका के सीरीज कोड भिन्न-भिन्न हों, तो उसे तुरन्त अन्तरीक्षक (Invigilator) से परिवर्तित कराकर समान सीरीज कोड की ओ.एम.आर. उत्तर-पत्रक एवं प्रश्न-पुस्तिका प्राप्त कर लें । यदि उक्तानुसार कार्यवाही नहीं की जाती है, तो उसके लिए अभ्यर्थी स्वयं जिम्मेदार होगा ।

जब तक न कहा जाय इस प्रश्न-पुस्तिका को न खोलें ।

महत्वपूर्ण : प्रश्न-पुस्तिका खोलने पर तुरन्त जांच कर देख लें कि प्रश्न-पुस्तिका के सभी पेज भली-भांति छपे हुए हैं । यदि प्रश्न-पुस्तिका पूर्णतः पॉलिथीन बैग में पेपर सील न हो अथवा कोई अन्य कमी हो, तो उसे अन्तरीक्षक को दिखाकर उसी सीरीज की दूसरी प्रश्न-पुस्तिका प्राप्त कर लें ।

1. The value of  $\int_C \frac{e^z}{z(z-1)^2} dz$ , where C is the circle  $|z| = 2$ , is  
 (a)  $\pi i$                       (b)  $-\pi i$                       (c)  $2\pi$                       (d)  $2\pi i$
2. Which type of singularity does the function  $f(z) = (z-3) \sin \frac{1}{(z+2)}$  have at  $z = -2$  ?  
 (a) Removable                      (b) Non-isolated essential  
 (c) Isolated essential                      (d) Pole
3. The image of the straight line under the transformation  $w = \frac{1}{z}$  is  
 (a) a circle                      (b) an ellipse                      (c) a parabola                      (d) a straight line
4. The value of  $\int_{|z|=3\pi} \frac{e^z}{e^z - 1} dz$  is  
 (a)  $2\pi i$                       (b) 0                      (c)  $12\pi$                       (d)  $6\pi i$
5. Which of the following functions is not meromorphic in complex plane C ?  
 (a)  $\frac{1}{\sin z}$                       (b)  $\frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{z}\right)}$                       (c)  $\frac{e^z}{z^2}$                       (d) None of these
6. The value of the integral  $\int_{|z-a|=r} \bar{z} dz$  is  
 (a)  $2\pi i$                       (b)  $2\pi r^2$                       (c)  $2\pi ir^2$                       (d)  $2\pi$
7. The number of binary operations on a set G of three elements is  
 (a)  $3^9$                       (b)  $9^3$                       (c) 9                      (d)  $3^2$
8. If order of an element 'a' in a group G is 27, then order of  $a^3$  in G is  
 (a) 1                      (b) 3                      (c) 9                      (d) 27
9. The number of units in the ring  $(\mathbb{R}, +_7, \cdot_7)$ , where  $\mathbb{R} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  is  
 (a) 0                      (b) 1                      (c) 6                      (d) 7
10. The set of natural numbers with binary operation '+' forms  
 (a) an abelian group                      (b) a group  
 (c) a monoid                      (d) None of these
11. The relation of divisibility in the set of non-zero integers is  
 (a) reflexive, symmetric and transitive  
 (b) reflexive, anti-symmetric and transitive  
 (c) reflexive and symmetric, but not transitive  
 (d) symmetric and transitive, but not reflexive

1.  $\int_C \frac{e^z}{z(z-1)^2} dz$ , जहाँ  $C$  एक वृत्त  $|z| = 2$  है, का मान है :  
 (a)  $\pi i$  (b)  $-\pi i$  (c)  $2\pi$  (d)  $2\pi i$
2. फलन  $f(z) = (z-3) \sin \frac{1}{(z+2)}$  की  $z = -2$  पर विचित्रता किस प्रकार की है ?  
 (a) अपनेय (b) अवियुक्त अनिवार्य  
 (c) वियुक्त अनिवार्य (d) अनंतक
3. किसी सरल रेखा का रूपान्तरण  $w = \frac{1}{z}$  के अन्तर्गत प्रतिबिम्ब है :  
 (a) एक वृत्त (b) एक दीर्घवृत्त (c) एक परवलय (d) एक सरल रेखा
4.  $\int_{|z|=3\pi} \frac{e^z}{e^z - 1} dz$  का मान है :  
 (a)  $2\pi i$  (b)  $0$  (c)  $12\pi$  (d)  $6\pi i$
5. निम्नलिखित में से कौन सा फलन सम्मिश्र समतल  $C$  में अनंतकी फलन नहीं है ?  
 (a)  $\frac{1}{\sin z}$  (b)  $\frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{z}\right)}$  (c)  $\frac{e^z}{z^2}$  (d) इनमें से कोई नहीं
6. समाकल  $\int_{|z-a|=r} \bar{z} dz$  का मान है :  
 (a)  $2\pi i$  (b)  $2\pi r^2$  (c)  $2\pi ir^2$  (d)  $2\pi$
7. तीन अवयवों वाले सम्मुच्चय  $G$  पर द्विआधारी संक्रियाओं की संख्या है :  
 (a)  $3^9$  (b)  $9^3$  (c)  $9$  (d)  $3^2$
8. यदि एक समूह  $G$  में उसके एक अवयव  $a$  की कोटि 27 है, तो अवयव  $a^3$  की कोटि  $G$  में है :  
 (a) 1 (b) 3 (c) 9 (d) 27
9. वलय  $(R, +_7, \cdot_7)$ , जहाँ  $R = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  में एककों की संख्या है :  
 (a) 0 (b) 1 (c) 6 (d) 7
10. द्विआधारी संक्रिया '+' के साथ प्राकृतिक संख्याओं का समुच्चय है :  
 (a) एक आबेली समूह (b) एक समूह  
 (c) एक मोनॉयड (d) इनमें से कोई नहीं
11. शून्येतर पूर्णाकों के समुच्चय में विभाज्यता का सम्बन्ध है :  
 (a) स्वतुल्य, सममित एवं संक्रामक । (b) स्वतुल्य, प्रति-सममित एवं संक्रामक ।  
 (c) स्वतुल्य एवं सममित है किन्तु संक्रामक नहीं । (d) सममित एवं संक्रामक है, किन्तु स्वतुल्य नहीं ।

12. The number of generators in a cyclic group of order 9 is  
 (a) 2 (b) 4 (c) 5 (d) 6
13. The units of the integral domain  $(\{a + ib : a, b \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$  are  
 (a) 1 and  $-1$  only (b) 1 and  $i$  only (c)  $i$  and  $-i$  only (d) 1,  $-1$ ,  $i$ ,  $-i$
14. Let PID, ED and UFD denote principal Ideal Domain, Euclidean Domain and unique Factorization Domain respectively. Then which of the following is correct ?  
 (a)  $ED \subset PID \subset UFD$  (b)  $PID \subset ED \subset UFD$   
 (c)  $UFD \subset ED \subset PID$  (d)  $PID \subset UFD \subset ED$
15. Let  $G$  be a group such that  $a^5 = e$  and  $ab a^{-1} = b^2$  for  $a, b \in G$ . Then  $O(b)$  is  
 (a) 32 (b) 31 (c) 16 (d) 15
16. Let  $(\mathbb{Z}, *)$  be an algebraic structure, where  $\mathbb{Z}$  is the set of integers and the operation  $*$  is defined by  $n * m = \text{maximum}(n, m)$ . Which of the following statements is true for  $(\mathbb{Z}, *)$  ?  
 (a)  $(\mathbb{Z}, *)$  is a monoid. (b)  $(\mathbb{Z}, *)$  is an abelian group.  
 (c)  $(\mathbb{Z}, *)$  is a group. (d) None of these
17. If  $x + 1$  is a factor of  $x^4 - x^3 + kx + 5$ , then  $k$  is  
 (a) 5 (b) 6 (c) 7 (d) 8
18. A group  $G$  is abelian if and only if  $\forall a, b \in G$  :  
 (a)  $(ab)^{-1} = b^{-1} a^{-1}$  (b)  $(ab)^2 = ab$   
 (c)  $(ab)^2 = a^2 b^2$  (d)  $(ab)^2 = ba$
19. A particle describes the curve  $r = a(1 + \cos \theta)$  under a central force. The law of force is  
 (a)  $\frac{u}{r^2}$  (b)  $\frac{u}{r^4}$  (c)  $\frac{u}{r^6}$  (d)  $\frac{u}{r^7}$
20. A particle of mass  $m$  is falling downwards in a resisting medium whose resistance per unit mass is  $kv^2$ . If  $V$  is the terminal velocity, then  $k$  is  
 (a)  $\frac{V^2}{g}$  (b)  $\frac{g}{V^2}$  (c)  $\frac{V}{g}$  (d)  $\frac{g}{V}$
21. The speed  $v$  of a particle moving along the  $x$ -axis is given by  $v^2 = n^2(8bx - x^2 - 12b^2)$ . The centre about which the motion is simple harmonic, is  
 (a)  $x = 4b$  (b)  $x = 0$  (c)  $x = -4b$  (d)  $x = 2b$
22. The radial distance  $r$  of an apse in a central orbit in terms of  $p$ , the length of perpendicular from pole on the tangent at the apse, is  
 (a)  $\frac{p}{2}$  (b)  $p$  (c)  $\frac{1}{p}$  (d)  $\sqrt{p}$
23. The order of differential equations of Lagrange's motion is  
 (a) 2 (b) 1 (c) 3 (d) None of these

12. कोटि 9 के चक्रीय समूह में जनकों की संख्या है :  
 (a) 2 (b) 4 (c) 5 (d) 6
13. पूर्णांकिय प्रान्त  $(\{a + ib : a, b \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$  के यूनिट्स हैं :  
 (a) केवल 1 तथा  $-1$  (b) केवल 1 तथा  $i$  (c) केवल  $i$  तथा  $-i$  (d) 1,  $-1, i, -i$
14. माना PID, ED तथा UFD क्रमशः मुख्य गुणजावली प्रान्त, यूक्लिडीय प्रान्त तथा अद्वितीय गुणन खण्डन प्रान्त को प्रदर्शित करता है। तब निम्नलिखित में से कौन सा सही है :  
 (a)  $ED \subset PID \subset UFD$  (b)  $PID \subset ED \subset UFD$   
 (c)  $UFD \subset ED \subset PID$  (d)  $PID \subset UFD \subset ED$
15. माना G एक ऐसा समूह है जिसमें  $a, b \in G$  के लिए  $a^5 = e$  एवं  $ab a^{-1} = b^2$  तब  $O(b)$  हैं :  
 (a) 32 (b) 31 (c) 16 (d) 15
16. माना  $(Z, *)$  एक बीजीय संरचना है, जहाँ  $Z$  पूर्णाकों का समुच्चय तथा संक्रिया  $*$  परिभाषित है,  $n * m =$  अधिकतम  $(n, m)$  द्वारा।  $(Z, *)$  के लिए निम्नलिखित कथनों में से कौन सा सत्य है ?  
 (a)  $(Z, *)$  एक मोनोयड है। (b)  $(Z, *)$  एक आबेली समूह है।  
 (c)  $(Z, *)$  एक समूह है। (d) इनमें से कोई नहीं
17. यदि  $x + 1$   
 $x^4 - x^3 + kx + 5$  का एक गुणनखण्ड हो तब  $k$  है  
 (a) 5 (b) 6 (c) 7 (d) 8
18. G एक आबेली समूह है यदि और केवल यदि  $\forall a, b \in G$   
 (a)  $(ab)^{-1} = b^{-1} a^{-1}$  (b)  $(ab)^2 = ab$   
 (c)  $(ab)^2 = a^2 b^2$  (d)  $(ab)^2 = ba$
19. एक कण केन्द्रीय बल के अधीन वक्र  $r = a(1 + \cos \theta)$  का अनुसरण करता है। उस केन्द्रीय बल के लिए नियम है :  
 (a)  $\frac{u}{r^2}$  (b)  $\frac{u}{r^4}$  (c)  $\frac{u}{r^6}$  (d)  $\frac{u}{r^7}$
20.  $m$  द्रव्यमान का एक कण, एक प्रतिरोधी माध्यम में जिसका प्रतिरोध द्रव्यमान की प्रति इकाई के लिए  $kv^2$  है, गिर रहा है। यदि अन्तिम वेग  $V$  तब  $k$  का मान होगा :  
 (a)  $\frac{V^2}{g}$  (b)  $\frac{g}{V^2}$  (c)  $\frac{V}{g}$  (d)  $\frac{g}{V}$
21.  $x$ -अक्ष के अनुगत गतिमान एक कण का वेग  $v^2 = n^2 (8bx - x^2 - 12b^2)$  द्वारा दिया गया है। केन्द्र जिसके सापेक्ष गति सरल आवर्त गति है, है :  
 (a)  $x = 4b$  (b)  $x = 0$  (c)  $x = -4b$  (d)  $x = 2b$
22. एक सकेन्द्र कक्षा में स्तब्धिका की त्रिज्य दूरी  $r$ , ध्रुव से स्तब्धिका पर खींची गई स्पर्श रेखा पर डाले गये लम्ब की लम्बाई  $p$  के पदों में है :  
 (a)  $\frac{p}{2}$  (b)  $p$  (c)  $\frac{1}{p}$  (d)  $\sqrt{p}$
23. लेग्राँज के गति की अवकल समीकरणों की कोटि है :  
 (a) 2 (b) 1 (c) 3 (d) इनमें से कोई नहीं

24. Which of the following statements is/are true for common catenary ?  
P : Tension at the lowest point is always constant.  
Q : Tension at the highest point is maximum.  
(a) Only P (b) Only Q (c) Both (P) and (Q) (d) None of these
25. A box of mass 'm' is accelerated downwards on an inclined surface with coefficient of friction 'f'. Then according to D'Alembert's principle along the x-axis, the equation is  
(a)  $mg \cos \theta - ma = 0$  (b)  $f(mg \cos \theta) - mg \sin \theta - ma = 0$   
(c)  $f(mg \sin \theta) + mg \cos \theta - ma = 0$  (d)  $-f(mg \cos \theta) + mg \sin \theta - ma = 0$
26. Let A, B, C and D be  $n \times n$  matrices each with non-zero determinant. If  $ABCD = I$ , then  $B^{-1}$  is  
(a) CDA (b) ADC (c)  $D^{-1}C^{-1}A^{-1}$  (d) Does not exist.
27. Let S be a subset of a vector space V. Which of the following is not true ?  
(a) Span (S) is a subspace of V that contains S.  
(b) If W is a subspace of V containing S then  $\text{span}(S) \subseteq W$ .  
(c) Span (S) is the smallest subspace of V containing S.  
(d) None of these
28. The sum of eigen values of a square matrix is  
(a) determinant of the matrix (b) sum of non-zero elements of a matrix  
(c) trace of the matrix (d) trace of inverse of the matrix
29. The system of equations  
 $x + y + z = 1$   
 $x + 3y + 2z = 2$   
 $3x - 4y + kz = 4$   
has a unique solution if  
(a)  $k \neq 1$  (b)  $k \neq 2$  (c)  $k \neq \frac{1}{2}$  (d)  $k \neq -\frac{1}{2}$
30. In an inner product space X, let  $\|x\| = \sqrt{\langle x, x \rangle} \quad \forall x \in X$ . Then for all  $x, y \in X$ , which of the following is true ?  
(a)  $|\langle x, y \rangle| = \|x\| + \|y\|$  (b)  $|\langle x, y \rangle| = \|x\| - \|y\|$   
(c)  $|\langle x, y \rangle| \leq \|x\| \cdot \|y\|$  (d)  $|\langle x, y \rangle| \geq \|x\| \|y\|$
31. If a  $3 \times 3$  matrix A has the eigen values 1, 2, -1, then the trace of the matrix  $B = A^{-1} + A^2$  is  
(a)  $\frac{13}{2}$  (b)  $\frac{15}{2}$  (c)  $\frac{5}{3}$  (d) None of these
32. If A be an  $n \times n$  matrix over the complex field C such that A is both Hermitian and Unitary, then  
(a) A is positive definite. (b) A is negative definite.  
(c) A is indefinite. (d)  $\det(A) = +1$  or  $\det(A) = -1$
33. If A and B are  $n \times n$  matrices such that  $A + B = I$  and  $AB = O$ , then  
(a) A is idempotent but B is not. (b) A and B both are idempotent.  
(c) A and B are symmetric. (d) None of these

24. साधारण कैटिनरी के लिए निम्न कथनों में से कौन सा/कौन से सत्य है/हैं ?  
P : निम्नतम बिन्दु पर तनाव हमेशा स्थिर होता है ।  
Q : उच्चतम बिन्दु पर तनाव अधिकतम होता है ।  
(a) केवल P (b) केवल Q (c) दोनों (P) तथा (Q) (d) इनमें से कोई नहीं
25. एक 'm' द्रव्यमान की पेटी को एक 'f' घर्षण गुणांक वाले झुके हुए तल पर नीचे की तरफ त्वरित किया गया है । तब डी'अलम्बर्ट के सिद्धान्त के अनुसार x-अक्ष के अनुदिश समीकरण है :  
(a)  $mg \cos \theta - ma = 0$  (b)  $f(mg \cos \theta) - mg \sin \theta - ma = 0$   
(c)  $f(mg \sin \theta) + mg \cos \theta - ma = 0$  (d)  $-f(mg \cos \theta) + mg \sin \theta - ma = 0$
26. माना A, B, C तथा D शून्येतर सारणिक वाले  $n \times n$  आव्यूह हैं । यदि  $ABCD = I$ , तब  $B^{-1}$  होगा :  
(a) CDA (b) ADC (c)  $D^{-1}C^{-1}A^{-1}$  (d) अस्तित्व नहीं होता है ।
27. एक रैखिक समष्टि V का एक उपसमुच्चय S है । निम्नलिखित में से कौन सा सत्य नहीं है :  
(a) विस्तृति (S), रैखिक समष्टि V की उपसमष्टि है जिसमें S निहित है ।  
(b) यदि W, V का एक उपसमष्टि है जिसमें S निहित है तब विस्तृति (S)  $\subseteq$  W ।  
(c) विस्तृति (S), समष्टि V की सबसे छोटी उपसमष्टि है जिसमें S निहित है ।  
(d) इनमें से कोई नहीं
28. किसी वर्ग आव्यूह के अभिलाक्षणिक मानों का योग है :  
(a) आव्यूह का सारणिक (b) आव्यूह के शून्येतर अवयवों का योग  
(c) आव्यूह का अनुरेख (d) आव्यूह के व्युत्क्रम का अनुरेख
29. समीकरणों के निकाय  

$$\begin{aligned} x + y + z &= 1 \\ x + 3y + 2z &= 2 \\ 3x - 4y + kz &= 4 \end{aligned}$$
का अद्वितीय हल होगा यदि  
(a)  $k \neq 1$  (b)  $k \neq 2$  (c)  $k \neq \frac{1}{2}$  (d)  $k \neq -\frac{1}{2}$
30. एक आंतर गुणन समष्टि X में, माना कि  $\|x\| = \sqrt{\langle x, x \rangle} \forall x \in X$  तब सभी  $x, y \in X$  के लिये निम्नलिखित में से कौन सा सत्य है ?  
(a)  $|\langle x, y \rangle| = \|x\| + \|y\|$  (b)  $|\langle x, y \rangle| = \|x\| - \|y\|$   
(c)  $|\langle x, y \rangle| \leq \|x\| \cdot \|y\|$  (d)  $|\langle x, y \rangle| \geq \|x\| \|y\|$
31. यदि  $3 \times 3$  आव्यूह A के अभिलाक्षणिक मान 1, 2, -1 हैं तब आव्यूह  $B = A^{-1} + A^2$  का अनुरेख है :  
(a)  $\frac{13}{2}$  (b)  $\frac{15}{2}$  (c)  $\frac{5}{3}$  (d) इनमें से कोई नहीं
32. सम्मिश्र क्षेत्र C पर यदि  $n \times n$  आव्यूह A हर्मिटी एवं एकिक दोनों है, तब  
(a) A निश्चित धनात्मक है । (b) A निश्चित ऋणात्मक है ।  
(c) A अनिश्चित है । (d)  $\det(A) = +1$  अथवा  $\det(A) = -1$
33. यदि A तथा B ऐसे  $n \times n$  आव्यूह हैं कि  $A + B = I$  तथा  $AB = O$ , तब  
(a) A वर्गसम है लेकिन B नहीं । (b) A एवं B दोनों वर्गसम हैं ।  
(c) A तथा B दोनों सममित हैं । (d) इनमें से कोई नहीं

34. Let  $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ a & 0 \end{bmatrix}$ , where  $a \neq 0$ . If  $B$  is a  $2 \times 2$  matrix which commutes with  $A$ , then eigen values of  $B$  are  
 (a) always equal. (b) always equal to 0.  
 (c) always distinct. (d) always equal to 1.
35. Which one of the following is not a subspace of  $\mathbb{R}^2(\mathbb{R})$  ?  
 (a)  $\{(x, 2x) : x \in \mathbb{R}\}$  (b)  $\{(x, 0) : x \in \mathbb{R}\}$   
 (c)  $\{(x, x + 1) : x \in \mathbb{R}\}$  (d)  $\{(x, y) : x, y \in \mathbb{R}, 2x + y = 0\}$
36. Two vectors  $(a, b)$  and  $(c, d)$  in  $\mathbb{R}^2(\mathbb{R})$  are linearly dependent if  $ab - bc$  is  
 (a)  $-1$  (b)  $0$  (c)  $1$  (d)  $2$
37. The dimension of the solution space of equations  
 $x + 4z + t = 0$  and  
 $x + y + 2z - 4t = 0$   
 in four unknown variables is  
 (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4
38. The range space of linear transformation  $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$  given by  
 $T(x, y, z) = (x + z, x + y + 2z, 2x + y + 3z)$  is  
 (a)  $\{(x, y, x + y) : x, y \in \mathbb{R}\}$  (b)  $\{(x, x + y, y) : x, y \in \mathbb{R}\}$   
 (c)  $\{(x + y, x, y) : x, y \in \mathbb{R}\}$  (d) None of these
39. A linear transformation preserves modulus of a vector if and only if its matrix is  
 (a) Symmetric (b) Anti-symmetric (c) Orthogonal (d) None of these
40. The co-ordinate vector of  $v = (3, 5, -2)$  relative to the basis  $\{e_1 = (1, 1, 1), e_2 = (0, 2, 3), e_3 = (0, 2, -1)\}$  is  
 (a)  $(3, 1, 2)$  (b)  $(3, -1, 2)$  (c)  $(-3, 1, 2)$  (d)  $(3, 1, -2)$
41. The dimension of  $Q(\sqrt{2}, \sqrt{3})$  over  $Q(\sqrt{2})$  is  
 (a) 2 (b) 3 (c) 1 (d) 4
42. On solving the equation  $x^2 - x - 1 = 0$  by Newton-Raphson method taking  $x_0 = 1$ , the value of  $x_2$  is  
 (a) 2 (b)  $\frac{5}{3}$  (c)  $\frac{34}{21}$  (d) None of these
43. Values of  $x$  and corresponding  $y$  are given in the following table :

$x$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1
$y$	1	$\frac{4}{5}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{2}$

The value of  $\int_0^1 y \, dx$  by Simpson's  $\frac{1}{3}$  rule is

- (a) 0.58 (b) 0.53 (c) 0.62 (d) 0.69



34. मानिये कि  $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ a & 0 \end{bmatrix}$ , जहाँ  $a \neq 0$ । यदि  $B$  एक  $2 \times 2$  आव्यूह है जो  $A$  के साथ क्रम विनिमेय है, तब  $B$  के अभिलाक्षणिक मान होंगे :

- (a) सदैव बराबर (b) सदैव 0 के बराबर  
(c) सदैव भिन्न (d) सदैव 1 के बराबर

35. निम्नलिखित में से कौन सा  $R^2(R)$  की उपसमष्टि नहीं है ?

- (a)  $\{(x, 2x) : x \in R\}$  (b)  $\{(x, 0) : x \in R\}$   
(c)  $\{(x, x+1) : x \in R\}$  (d)  $\{(x, y) : x, y \in R, 2x+y=0\}$

36.  $R^2(R)$  में दो सदिश  $(a, b)$  तथा  $(c, d)$  रैखिक रूप से आश्रित हैं यदि  $ab - bc$  हैं :

- (a)  $-1$  (b)  $0$  (c)  $1$  (d)  $2$

37. चार अज्ञात चरों में समीकरणों

$$x + 4z + t = 0 \text{ तथा} \\ x + y + 2z - 4t = 0$$

के हल समष्टि की विमा है :

- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

38.  $T(x, y, z) = (x + z, x + y + 2z, 2x + y + 3z)$

द्वारा दिये गये रैखिक रूपान्तरण  $T : R^3 \longrightarrow R^3$  का परिसर समष्टि है :

- (a)  $\{(x, y, x+y) : x, y \in R\}$  (b)  $\{(x, x+y, y) : x, y \in R\}$   
(c)  $\{(x+y, x, y) : x, y \in R\}$  (d) इनमें से कोई नहीं

39. कोई रैखिक रूपान्तरण किसी सदिश के मापांक को परिरक्षित करता है यदि और केवल यदि इसका आव्यूह है :

- (a) सममित (b) प्रति सममित (c) लाम्बिक (d) इनमें से कोई नहीं

40. आधार  $\{e_1 = (1, 1, 1), e_2 = (0, 2, 3), e_3 = (0, 2, -1)\}$  के सापेक्ष  $v = (3, 5, -2)$  का निर्देशांक सदिश है :

- (a)  $(3, 1, 2)$  (b)  $(3, -1, 2)$  (c)  $(-3, 1, 2)$  (d)  $(3, 1, -2)$

41.  $Q(\sqrt{2})$  पर  $Q(\sqrt{2}, \sqrt{3})$  की विमा है :

- (a) 2 (b) 3 (c) 1 (d) 4

42.  $x_0 = 1$  लेते हुए समीकरण  $x^2 - x - 1 = 0$  का हल न्यूटन-रैफसन विधि द्वारा करने पर  $x_2$  का मान है :

- (a) 2 (b)  $\frac{5}{3}$  (c)  $\frac{34}{21}$  (d) इनमें से कोई नहीं

43. निम्नलिखित सारणी में  $x$  व संगत  $y$  के मान दिये गये हैं :

$x$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1
$y$	1	$\frac{4}{5}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{2}$

सिमसन के एक तिहाई नियम से  $\int_0^1 y \, dx$  का मान है :

- (a) 0.58 (b) 0.53 (c) 0.62 (d) 0.69

44. The third approximate solution of the linear differential equation

$$\frac{dy}{dx} = y, y(0) = 2$$

by Picard's method is

- (a)  $2 + 2x - x^2 + \frac{x^3}{3}$  (b)  $2 + 2x + x^2 - \frac{x^3}{3}$   
 (c)  $2 + 2x + x^2 + \frac{x^3}{3}$  (d) None of these

45. The approximate solution of the differential equation

$$\frac{dy}{dx} = x + y, y(0) = 1$$

by Runge-Kutta method of order 2, when  $x = 0.1$  is

- (a) 1.100 (b) 1.110 (c) 1.210 (d) 1.220

46. If the number  $\frac{1}{3}$  is approximated by 0.333, then percentage error is

- (a) 0.001 (b) 0.01 (c) 0.1 (d) 1

47. The value of  $\Delta^3[(1+x)(1-3x)(1+5x)]$  (taking  $h = 1$ ) is

- (a) 90 (b) 80 (c) -80 (d) -90

48. If  $y_0 = 1, y_1 = 11, y_2 = 21, y_3 = 28$  and  $y_4 = 29$ , then  $\Delta^4 y_0$  is

- (a) 0 (b) 1 (c) 12 (d) 4

49. If  $D$  is the differential operator and  $\delta$  is the central difference operator, then the correct relation between  $D$  and  $\delta$  is :

- (a)  $\delta = \sin h \left( \frac{1}{2} hD \right)$  (b)  $\delta = \frac{1}{2} \sin \left( \frac{1}{2} hD \right)$   
 (c)  $\delta = 2 \sin h \left( \frac{1}{2} hD \right)$  (d)  $\delta = 2 \sin h (hD)$

50. The trapezoidal rule for numerical integration gives exact solution when the integrand is a polynomial of degree

- (a) 0 (b) 1 (c) Both (a) and (b) (d) 2

51. The order of convergence of Regula-Falsi method is

- (a)  $\frac{(1+\sqrt{6})}{2}$  (b)  $\frac{(1-\sqrt{6})}{2}$  (c)  $\frac{(1+\sqrt{5})}{2}$  (d)  $\frac{(1-\sqrt{5})}{2}$

52. The degree of the polynomial satisfying the given set of  $(n+1)$  points is

- (a) maximum  $n$  (b)  $n+1$  (c)  $n+2$  (d) None of these

53. If  $P_n(x)$  is the solution of  $(1-x^2)y'' - 2xy' + n(n+1)y = 0$ , then the value of  $P_n(-1)$  is

- (a) 0 (b) 1 (c)  $(-1)^n$  (d)  $(-1)^{n-1}$

54. If  $p = \frac{dy}{dx}$  then the general solution of differential equation  $xp^2 - yp + 1 = 0$  is

- (a)  $y = cx + 1$  (b)  $y = cx - 1$  (c)  $y = cx - \frac{1}{c}$  (d)  $y = cx + \frac{1}{c}$

44. पिकार्ड विधि से रैखिक अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} = y$ ,  $y(0) = 2$  के हल का तृतीय अनुमानित मान है :

- (a)  $2 + 2x - x^2 + \frac{x^3}{3}$  (b)  $2 + 2x + x^2 - \frac{x^3}{3}$   
(c)  $2 + 2x + x^2 + \frac{x^3}{3}$  (d) इनमें से कोई नहीं

45. अवकल समीकरण

$$\frac{dy}{dx} = x + y, y(0) = 1$$

का दो कोटि के रूजे कुट्टा विधि द्वारा  $x = 0.1$  पर अनुमानित हल है :

- (a) 1.100 (b) 1.110 (c) 1.210 (d) 1.220

46. यदि संख्या  $\frac{1}{3}$  को 0.333 से अनुमानित किया जाता है तो प्रतिशत त्रुटि है :

- (a) 0.001 (b) 0.01 (c) 0.1 (d) 1

47.  $\Delta^3[(1+x)(1-3x)(1+5x)]$  का ( $h = 1$  लेकर) मान है :

- (a) 90 (b) 80 (c) -80 (d) -90

48. यदि  $y_0 = 1$ ,  $y_1 = 11$ ,  $y_2 = 21$ ,  $y_3 = 28$  तथा  $y_4 = 29$ , तब  $\Delta^4 y_0$  का मान है :

- (a) 0 (b) 1 (c) 12 (d) 4

49. यदि  $D$  अवकल संकारक तथा  $\delta$  केन्द्रीय अंतर संकारक हो तो  $D$  तथा  $\delta$  में सही सम्बन्ध है :

- (a)  $\delta = \sin h \left( \frac{1}{2} hD \right)$  (b)  $\delta = \frac{1}{2} \sin \left( \frac{1}{2} hD \right)$   
(c)  $\delta = 2 \sin h \left( \frac{1}{2} hD \right)$  (d)  $\delta = 2 \sin h (hD)$

50. संख्यात्मक समाकल के लिए समलंबीय नियम त्रुटिहीन हल देता है जब समाकल्य एक बहुपद हो जिसकी घात है :

- (a) 0 (b) 1 (c) दोनों (a) तथा (b) (d) 2

51. रेगुला-फाल्सी विधि की अभिसार कोटि है :

- (a)  $\frac{(1+\sqrt{6})}{2}$  (b)  $\frac{(1-\sqrt{6})}{2}$  (c)  $\frac{(1+\sqrt{5})}{2}$  (d)  $\frac{(1-\sqrt{5})}{2}$

52.  $(n+1)$  बिन्दुओं के दिए समुच्चय को सन्तुष्ट करने वाले बहुपद की घात है :

- (a) अधिकतम  $n$  (b)  $n+1$  (c)  $n+2$  (d) इनमें से कोई नहीं

53. यदि  $P_n(x)$ ,  $(1-x^2)y'' - 2xy' + n(n+1)y = 0$  का हल है तब  $P_n(-1)$  का मान है :

- (a) 0 (b) 1 (c)  $(-1)^n$  (d)  $(-1)^{n-1}$

54. यदि  $p = \frac{dy}{dx}$ , तब अवकल समीकरण  $xp^2 - yp + 1 = 0$  का व्यापक हल है :

- (a)  $y = cx + 1$  (b)  $y = cx - 1$  (c)  $y = cx - \frac{1}{c}$  (d)  $y = cx + \frac{1}{c}$

55. If  $y = Ae^x + Be^{-x}$  is a solution of the differential equation  $\frac{d^3y}{dx^3} - 2\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = e^{-x}$ , then
- (a) A is arbitrary,  $B = -1$                       (b) A is arbitrary,  $B = 1$   
(c) A is arbitrary,  $B = \frac{1}{2}$                       (d) A is arbitrary,  $B = -\frac{1}{4}$
56. Which of the following is not a solution of the equation :  
 $x^2\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} - y = 4$
- (a)  $y = -4$               (b)  $y = x - 4$               (c)  $y = \frac{2}{x} - 4$               (d)  $y = x + \frac{1}{x}$
57. A series solution of the equation  $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$  is
- (a)  $1 - \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} - \dots$               (b)  $x - \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} + \dots$   
(c)  $1 + x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \dots$               (d) None of these
58. The value of  $P_n(x)$ , the Legendre's polynomial of the first kind for  $n = 5$  is
- (a)  $\frac{1}{8}(63x^5 + 70x^4 + 15x^3)$               (b)  $\frac{1}{8}(63x^5 - 70x^3 + 15x)$   
(c)  $\frac{1}{8}(63x^5 + 70x^2 - 15x)$               (d)  $\frac{1}{8}(63x^5 + 70x^3 - 15x)$
59. The Rodrigue's formula for Legendre's polynomial  $P_n(x)$  is
- (a)  $\frac{1}{2^n \cdot n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^{n-2}$               (b)  $\frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n$   
(c)  $\frac{1}{2^{n-1} n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n$               (d)  $\frac{1}{2^n (n-1)!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n$
60.  $\frac{d}{dx} (x^n J_n(x))$  is equal to
- (a)  $x^n J_{n-1}(x)$               (b)  $x^{n-1} J_n(x)$               (c)  $x^n J_{n+1}(x)$               (d)  $x^{n-1} J_{n-1}(x)$
61. Linear combination of solutions of an ordinary differential equation is also solution if the differential equation is
- (a) Linear but not homogeneous              (b) Homogeneous but not linear  
(c) Linear and homogeneous              (d) Non-linear and non-homogeneous
62. If  $\int_{-1}^1 P_n(x) P_m(x) dx = \frac{2}{9}$ , then values of  $n$  and  $m$  are
- (a)  $n = m = 2$               (b)  $n = m = 9$               (c)  $n = m = 3$               (d)  $n = m = 4$
63. If Wronskian  $W(x, y) = 5$ , then  $W(2x + 3y, x - y)$  is
- (a)  $-5$               (b)  $5$               (c)  $25$               (d)  $-25$

55. यदि  $y = Ae^x + Be^{-x}$  अवकल समीकरण  $\frac{d^3y}{dx^3} - 2\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = e^{-x}$ , का एक हल हो, तो
- (a) A स्वेच्छ है, B = -1 (b) A स्वेच्छ है, B = 1  
(c) A स्वेच्छ है, B =  $\frac{1}{2}$  (d) A स्वेच्छ है, B =  $-\frac{1}{4}$
56. निम्नलिखित में से कौन सा समीकरण  $x^2\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} - y = 4$  का हल नहीं है :
- (a)  $y = -4$  (b)  $y = x - 4$  (c)  $y = \frac{2}{x} - 4$  (d)  $y = x + \frac{1}{x}$
57. अवकल समीकरण  $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$  का एक श्रेणी हल है :
- (a)  $1 - \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} - \dots$  (b)  $x - \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} + \dots$   
(c)  $1 + x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} \dots$  (d) इनमें से कोई नहीं
58. प्रथम प्रकार के लेजन्ड्रे के बहुपद  $P_n(x)$  का मान  $n = 5$  के लिए होता है :
- (a)  $\frac{1}{8}(63x^5 + 70x^4 + 15x^3)$  (b)  $\frac{1}{8}(63x^5 - 70x^3 + 15x)$   
(c)  $\frac{1}{8}(63x^5 + 70x^2 - 15x)$  (d)  $\frac{1}{8}(63x^5 + 70x^3 - 15x)$
59. लेजन्ड्रे के बहुपद  $P_n(x)$  के लिए रोड्रिक्स का सूत्र है :
- (a)  $\frac{1}{2^n \cdot n} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^{n-2}$  (b)  $\frac{1}{2^n n} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n$   
(c)  $\frac{1}{2^{n-1} n} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n$  (d)  $\frac{1}{2^n (n-1)} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n$
60.  $\frac{d}{dx} (x^n J_n(x))$  बराबर है :
- (a)  $x^n J_{n-1}(x)$  (b)  $x^{n-1} J_n(x)$  (c)  $x^n J_{n+1}(x)$  (d)  $x^{n-1} J_{n-1}(x)$
61. साधारण अवकल समीकरण के हलों का रैखिय संयोजन भी हल होता है यदि अवकल समीकरण है :
- (a) रैखिय लेकिन समघातीय नहीं। (b) समघातीय लेकिन रैखिय नहीं।  
(c) रैखिय तथा समघातीय। (d) अरैखिय तथा असमघातीय
62. यदि  $\int_{-1}^1 P_n(x) P_m(x) dx = \frac{2}{9}$  हो तब n तथा m के मान होंगे :
- (a)  $n = m = 2$  (b)  $n = m = 9$  (c)  $n = m = 3$  (d)  $n = m = 4$
63. यदि रांस्कियन  $W(x, y) = 5$  तब  $W(2x + 3y, x - y)$  होगा :
- (a) -5 (b) 5 (c) 25 (d) -25

64. What is the Wronskian of the functions  $5x^2$ ,  $3x + 4$  and  $4x + 3$  ?  
 (a) 70 (b) 30 (c) 0 (d) 10
65. The limit of the function  $f(x, y) = \frac{xy^2}{x^2 + y^4}$  as  $(x, y) \rightarrow (0, 0)$ ,  
 (a) is equal to zero (b) is equal to  $\frac{1}{2}$  (c) is equal to 1 (d) Does not exist.
66. The statement which is not correct about the function  

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{if } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{if } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$
 is  
 (a)  $f$  is continuous at  $(0, 0)$ .  
 (b)  $f$  is differentiable at  $(0, 0)$ .  
 (c) partial derivatives of  $f$  exist at  $(0, 0)$ .  
 (d) partial derivatives of  $f$  are not continuous at  $(0, 0)$ .
67. The minimum value of  $x^2 + y^2 + z^2$ , subject to the condition  $x + y + z = 2$ , is  
 (a) 1 (b)  $\frac{4}{3}$  (c)  $\frac{5}{3}$  (d) 2
68. The value of  $\iint y \, dx \, dy$  over the plane region bounded by the line  $y = x$  and the parabola  $y = 4x - x^2$  is  
 (a)  $\frac{2\pi}{3}$  (b)  $\frac{54}{5}$  (c)  $\frac{52}{5}$  (d)  $\frac{\pi}{4}$
69. If  $B(m, n)$  denotes the beta function, then  $B(m + 1, n) + B(m, n + 1)$  is equal to  
 (a)  $B(m, n)$  (b)  $B(m + 1, n + 1)$  (c)  $B(2m + 1, 2n + 1)$  (d)  $2B(m, n)$
70. The value of  $\int_0^{\infty} e^{-x^4} \, dx$  is  
 (a)  $\Gamma\left(\frac{1}{4}\right)$  (b)  $\Gamma\left(\frac{3}{4}\right)$  (c)  $\Gamma\left(\frac{5}{4}\right)$  (d)  $\Gamma\left(\frac{7}{4}\right)$
71. If  $x + y + z = u$ ,  $y + z = uv$  and  $z = uvw$ , then the value of  $\frac{\partial(x, y, z)}{\partial(u, v, w)}$  is  
 (a)  $u^2v$  (b)  $uv^2$  (c)  $2uv^2$  (d)  $\frac{u^2v}{2}$
72. If  $f(x, y) = 0$  be an implicit function of  $x$  and  $y$ , then  $\frac{d^2y}{dx^2}$  in terms of  $p = \frac{\partial f}{\partial x}$  and  $q = \frac{\partial f}{\partial y}$  is equal to  
 (a)  $\frac{\left[-q\left(\frac{dp}{dx}\right) + p\left(\frac{dq}{dx}\right)\right]}{q^2}$  (b)  $\frac{\left[q\left(\frac{dp}{dx}\right) - p\left(\frac{dq}{dx}\right)\right]}{p^2}$   
 (c)  $\frac{\left[-p\left(\frac{dp}{dx}\right) - q\left(\frac{dq}{dx}\right)\right]}{q^2}$  (d)  $\frac{\left[p\left(\frac{dp}{dx}\right) - q\left(\frac{dq}{dx}\right)\right]}{p^2}$

64. फलनों  $5x^2$ ,  $3x + 4$  तथा  $4x + 3$  का रॉस्किनयन क्या हैं ?  
 (a) 70 (b) 30 (c) 0 (d) 10

65. फलन  $f(x, y) = \frac{xy^2}{x^2 + y^4}$  की सीमा यदि  $(x, y) \rightarrow (0, 0)$

- (a) का मान शून्य है (b) का मान  $\frac{1}{2}$  है  
 (c) का मान 1 है (d) का अस्तित्व नहीं होता है।

66. फलन

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{यदि } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{यदि } (x, y) = (0, 0) \end{cases}, \text{ के लिए कथन जो सही नहीं है, हैं :}$$

- (a)  $f$ ,  $(0, 0)$  पर सतत है। (b)  $f$ ,  $(0, 0)$  पर अवकलनीय है।  
 (c)  $f$  के आंशिक अवकलजों का  $(0, 0)$  पर अस्तित्व है। (d)  $f$  के आंशिक अवकलज  $(0, 0)$  पर सतत नहीं है।

67. प्रतिबन्ध के अधीन  $x + y + z = 2$  के अधीन  $x^2 + y^2 + z^2$  का निम्निष्ठ मान है :

- (a) 1 (b)  $\frac{4}{3}$  (c)  $\frac{5}{3}$  (d) 2

68. रेखा  $y = x$  और परवलय  $y = 4x - x^2$  से परिबद्ध तलीय क्षेत्र पर  $\iint y \, dx \, dy$  का मान है :

- (a)  $\frac{2\pi}{3}$  (b)  $\frac{54}{5}$  (c)  $\frac{52}{5}$  (d)  $\frac{\pi}{4}$

69. यदि  $B(m, n)$  बीटा फलन को प्रदर्शित करता है तो  $B(m + 1, n) + B(m, n + 1)$  का मान है :

- (a)  $B(m, n)$  (b)  $B(m + 1, n + 1)$   
 (c)  $B(2m + 1, 2n + 1)$  (d)  $2B(m, n)$

70.  $\int_0^{\infty} e^{-x^4} \, dx$  का मान है :

- (a)  $\Gamma\left(\frac{1}{4}\right)$  (b)  $\Gamma\left(\frac{3}{4}\right)$  (c)  $\Gamma\left(\frac{5}{4}\right)$  (d)  $\Gamma\left(\frac{7}{4}\right)$

71. यदि  $x + y + z = u$ ,  $y + z = uv$  तथा  $z = uvw$ , तब  $\frac{\partial(x, y, z)}{\partial(u, v, w)}$  का मान है :

- (a)  $u^2v$  (b)  $uv^2$  (c)  $2uv^2$  (d)  $\frac{u^2v}{2}$

72. यदि  $f(x, y) = 0$ ,  $x$  तथा  $y$  का एक अस्पष्ट फलन हो तब  $p = \frac{\partial f}{\partial x}$  एवं  $q = \frac{\partial f}{\partial y}$  के पदों में  $\frac{d^2y}{dx^2}$  का मान है :

- (a)  $\frac{-q \left(\frac{dp}{dx}\right) + p \left(\frac{dq}{dx}\right)}{q^2}$  (b)  $\frac{q \left(\frac{dp}{dx}\right) - p \left(\frac{dq}{dx}\right)}{p^2}$   
 (c)  $\frac{-p \left(\frac{dp}{dx}\right) - q \left(\frac{dq}{dx}\right)}{q^2}$  (d)  $\frac{p \left(\frac{dp}{dx}\right) - q \left(\frac{dq}{dx}\right)}{p^2}$

73. If  $f(x, y) = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$ , then  $x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y}$  is  
 (a) 1 (b) 0 (c)  $f(x, y)$  (d)  $-f(x, y)$
74. The volume of the solids generated by revolving the ellipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  about  $x$ -axis and  $y$ -axis are respectively  
 (a)  $\frac{4}{3} \pi ab^2$  and  $\frac{4}{3} \pi a^2b$  (b)  $\frac{4}{3} \pi a^2b$  and  $\frac{4}{3} \pi ab^2$   
 (c)  $\frac{4}{3} \pi a^3$  and  $\frac{4}{3} \pi ab^3$  (d) None of these
75. The value of  $\iiint_V xyz \, dx \, dy \, dz$  over the region  $V$  bounded by  $x = 0, y = 0, z = 0;$   
 $x + y + z = 1$  is  
 (a)  $\frac{1}{70}$  (b)  $\frac{1}{72}$  (c)  $\frac{1}{710}$  (d)  $\frac{1}{720}$
76. The torsion of the curve  $x = u, y = u^2, z = u^3$  at  $(0, 0, 0)$  is  
 (a) 0 (b)  $\frac{1}{3}$  (c) 2 (d) 3
77. The equation of the cylinder, whose axis is  $x = y = z$  and the guiding curve is  $x^2 + y^2 = 1, z = 0;$  is  
 (a)  $x^2 + y^2 + 2z^2 + 2xz + 2yz = 1$  (b)  $x^2 + y^2 + 2z^2 + 2xz - 2yz = 1$   
 (c)  $x^2 + y^2 + 2z^2 - 2xz - 2yz = 1$  (d) None of these
78. The mirror image of the point  $(1, 2, 3)$  under a plane is  $(3, 4, 5)$ . The equation of the plane is  
 (a)  $x + y - z = 1$  (b)  $x + y + z = 6$  (c)  $x + y + z = 9$  (d)  $x + y + z = 12$
79. The line  $\frac{l}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta$  touches the conic  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$  if  
 (a)  $(A - e)^2 + B^2 = 1$  (b)  $A^2 + (B - e)^2 = 1$   
 (c)  $A^2 + B^2 + e^2 = 1$  (d)  $A^2 + B^2 - e^2 = 1$
80. How many points are there on the ellipsoid  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ , the normals on which pass through a given point  $(\alpha, \beta, \gamma)$ ?  
 (a) 3 (b) 4 (c) 5 (d) 6
81. If  $e$  and  $e'$  are the eccentricities of a hyperbola and its conjugate respectively, then  
 (a)  $\frac{1}{e^2} - \frac{1}{e'^2} = 1$  (b)  $\frac{1}{e^2} + \frac{1}{e'^2} = 1$  (c)  $\frac{1}{e^2} - \frac{1}{e'^2} = -1$  (d)  $\frac{1}{e^2} + \frac{1}{e'^2} = -1$
82. The conic  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$  represents a hyperbola if  
 (a)  $e = 1$  (b)  $e > 1$  (c)  $e < 1$  (d)  $e = 0$
83. Number of arbitrary independent constants in general equation of the plane  $ax + by + cz + d = 0$  is  
 (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4



73. यदि  $f(x, y) = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$  है, तब  $x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y}$  है :
- (a) 1 (b) 0 (c)  $f(x, y)$  (d)  $-f(x, y)$
74. दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  को क्रमशः  $x$ -अक्ष एवं  $y$ -अक्ष के परितः घुमाने पर जनित ठोसों के आयतन है :
- (a)  $\frac{4}{3} \pi ab^2$  तथा  $\frac{4}{3} \pi a^2b$  (b)  $\frac{4}{3} \pi a^2b$  तथा  $\frac{4}{3} \pi ab^2$
- (c)  $\frac{4}{3} \pi a^3$  तथा  $\frac{4}{3} \pi ab^3$  (d) इनमें से कोई नहीं
75.  $x = 0, y = 0, z = 0; x + y + z = 1$  से परिबद्ध क्षेत्र  $V$  पर  $\iiint_V xyz \, dx \, dy \, dz$  का मान है :
- (a)  $\frac{1}{70}$  (b)  $\frac{1}{72}$  (c)  $\frac{1}{710}$  (d)  $\frac{1}{720}$
76. वक्र  $x = u, y = u^2, z = u^3$  का  $(0, 0, 0)$  विमोटन का मान है :
- (a) 0 (b)  $\frac{1}{3}$  (c) 2 (d) 3
77. बेलन का समीकरण जिसका अक्ष  $x = y = z$  तथा निर्देशक वक्र  $x^2 + y^2 = 1, z = 0$ ; है; हैं :
- (a)  $x^2 + y^2 + 2z^2 + 2xz + 2yz = 1$  (b)  $x^2 + y^2 + 2z^2 + 2xz - 2yz = 1$
- (c)  $x^2 + y^2 + 2z^2 - 2xz - 2yz = 1$  (d) इनमें से कोई नहीं
78. एक समतल के सापेक्ष बिन्दु  $(1, 2, 3)$  का प्रतिबिम्ब  $(3, 4, 5)$  है। समतल का समीकरण है :
- (a)  $x + y - z = 1$  (b)  $x + y + z = 6$  (c)  $x + y + z = 9$  (d)  $x + y + z = 12$
79. रेखा  $\frac{l}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta$  शंकव  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$  को स्पर्श करती है यदि :
- (a)  $(A - e)^2 + B^2 = 1$  (b)  $A^2 + (B - e)^2 = 1$
- (c)  $A^2 + B^2 + e^2 = 1$  (d)  $A^2 + B^2 - e^2 = 1$
80. दीर्घवृत्तज  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  पर ऐसे कितने बिन्दु हैं जिन पर अभिलम्ब एक दिये हुए बिन्दु  $(\alpha, \beta, \gamma)$  से गुजरते हैं ?
- (a) 3 (b) 4 (c) 5 (d) 6
81. एक अतिपरवलय तथा उसके संयुग्मी की उत्केन्द्रतायें क्रमशः  $e$  तथा  $e'$  है तब
- (a)  $\frac{1}{e^2} - \frac{1}{e'^2} = 1$  (b)  $\frac{1}{e^2} + \frac{1}{e'^2} = 1$  (c)  $\frac{1}{e^2} - \frac{1}{e'^2} = -1$  (d)  $\frac{1}{e^2} + \frac{1}{e'^2} = -1$
82. शंकव  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$  एक अतिपरवलय प्रदर्शित करता है यदि
- (a)  $e = 1$  (b)  $e > 1$  (c)  $e < 1$  (d)  $e = 0$
83. समतल के व्यापक समीकरण  $ax + by + cz + d = 0$  में स्वेच्छ स्वतन्त्र अचरों की संख्या है :
- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

84. The set of limit points of the sequence  $\langle \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \rangle$  contains  
 (a) 1 element      (b) 2 elements      (c) 3 elements      (d) None of these

85. Which of the following series is convergent ?

- (a)  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} + \dots$   
 (b)  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 + \dots$   
 (c)  $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{(2n-1) \cdot 2n} + \dots$   
 (d)  $\frac{3}{5} + \frac{8}{10} + \frac{15}{17} + \dots + \frac{(n+1)^2 - 1}{(n+1)^2 + 1} + \dots$

86. The uncountable set of measure zero is

- (a) The set  $\mathbb{R}$  of real numbers      (b) The interval  $[0, 1]$   
 (c) The set of irrationals in  $[0, 1]$       (d) Cantor's ternary set

87. Function  $F(t)$  is defined as :

$$F(t) = \begin{cases} 4, & \text{if } 0 < t < 1 \\ 3, & \text{if } t > 1 \end{cases}$$

The value of the Laplace transform of  $F(t)$  is

- (a)  $\frac{1}{p}(4 - e^{-p}), p > 0$       (b)  $\frac{1}{p}(e^{-p} - 4), p > 0$   
 (c)  $\frac{1}{p}(e^p - 4), p > 0$       (d)  $\frac{1}{p}(4 - e^p), p > 0$

88. The series

$$1 + x + x^2 + \dots$$

in the interval  $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$  is

- (a) Oscillatory  
 (b) Convergent but not uniformly convergent  
 (c) Uniformly convergent  
 (d) All of these

89. The inverse Laplace transform of  $\frac{1}{p^2(p^2 + a^2)}$  is

- (a)  $\frac{1}{a^2}\left(t - \frac{\sin at}{a}\right)$       (b)  $\frac{1}{a^2}\left(t + \frac{\sin at}{a}\right)$       (c)  $\frac{1}{a}\left(t - \frac{\sin at}{a}\right)$       (d)  $\frac{1}{a}\left(t + \frac{\sin at}{a}\right)$

90. If  $F$  is a closed subset of  $\mathbb{R}$ , then which of the following statements is true ?

- (a) If  $\langle x_n \rangle$  is a convergent sequence of elements of  $F$ , then limit of  $\langle x_n \rangle$  belongs to  $F$ .  
 (b)  $F$  contains none of its cluster points.  
 (c) Both (a) and (b)  
 (d) None of these

84. अनुक्रम  $\langle \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \rangle$  के सीमा-बिन्दुओं के समुच्चय में  
 (a) 1 अवयव है (b) 2 अवयव हैं (c) 3 अवयव हैं (d) इनमें से कोई नहीं
85. निम्नलिखित में से कौन सी श्रृंखला अभिसारी है ?  
 (a)  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} + \dots$   
 (b)  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 + \dots$   
 (c)  $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{(2n-1) \cdot 2n} + \dots$   
 (d)  $\frac{3}{5} + \frac{8}{10} + \frac{15}{17} + \dots + \frac{(n+1)^2 - 1}{(n+1)^2 + 1} + \dots$
86. शून्य मेय का अगणनीय समुच्चय है :  
 (a) वास्तविक संख्याओं का समुच्चय R  
 (b) अन्तराल  $[0, 1]$   
 (c)  $[0, 1]$  में अपरिमेय संख्याओं का समुच्चय  
 (d) केंटर का टर्नरी समुच्चय
87. फलन  $F(t)$  इस प्रकार परिभाषित है :  

$$F(t) = \begin{cases} 4, & \text{यदि } 0 < t < 1 \\ 3, & \text{यदि } t > 1 \end{cases}$$
 $F(t)$  के लाप्लास रूपान्तरण का मान है :  
 (a)  $\frac{1}{p}(4 - e^{-p}), p > 0$  (b)  $\frac{1}{p}(e^{-p} - 4), p > 0$   
 (c)  $\frac{1}{p}(e^p - 4), p > 0$  (d)  $\frac{1}{p}(4 - e^p), p > 0$
88. अन्तराल  $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$  में श्रेणी  $1 + x + x^2 + \dots$  है :  
 (a) दोलनीय (b) अभिसारी लेकिन एकसमानतः अभिसारी नहीं  
 (c) एकसमानतः अभिसारी (d) यह सभी
89.  $\frac{1}{p^2(p^2 + a^2)}$  का व्युत्क्रम लाप्लास रूपान्तरण है :  
 (a)  $\frac{1}{a^2}\left(t - \frac{\sin at}{a}\right)$  (b)  $\frac{1}{a^2}\left(t + \frac{\sin at}{a}\right)$  (c)  $\frac{1}{a}\left(t - \frac{\sin at}{a}\right)$  (d)  $\frac{1}{a}\left(t + \frac{\sin at}{a}\right)$
90. यदि  $F, \mathbb{R}$  का एक संवृत उपसमुच्चय है तो निम्न कथनों में से कौन सा सत्य है ?  
 (a) यदि  $\langle x_n \rangle, F$  के अवयवों की एक अभिसारी अनुक्रम है तब  $\langle x_n \rangle$  की सीमा  $F$  का सदस्य है ।  
 (b) इसका कोई भी गुच्छ बिन्दु  $F$  में नहीं होता है ।  
 (c) दोनों (a) तथा (b)  
 (d) इनमें से कोई नहीं

91. If  $X$  is a sequentially compact metric space, then which of the following is NOT true ?
- $X$  is complete metric space.
  - $X$  does not have Bolzano-Weierstrass property.
  - $X$  is totally bounded.
  - None of these
92. Let  $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  be defined as
- $$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x \text{ is irrational.} \\ 0, & \text{if } x \text{ is rational.} \end{cases}$$
- then  $f$  is
- both Lebesgue and Riemann integrable
  - only Lebesgue integrable
  - only Riemann integrable
  - neither Lebesgue nor Riemann integrable
93. The sequence of real numbers  $\langle \left(1 + \frac{e}{n}\right)^n \rangle$  converges to which of the following ?
- $e$
  - $\frac{3}{2}e$
  - $e^e$
  - $\frac{1}{e^e}$
94. The set  $\left\{ \frac{x}{x+1} : x > -1 \right\}$  of real numbers is
- compact
  - closed
  - connected
  - None of these
95. The symmetric difference of two measurable sets is
- non-measurable
  - measurable
  - Both (a) and (b)
  - None of these
96. The equation  $|z - 1| + |z + 1| = 2$  represents
- a circle
  - an ellipse
  - a line
  - a segment of  $x$ -axis from  $-1$  to  $1$
97. The bilinear transformation  $f(z)$  which maps the points  $i, 0, -i$  into the points  $-1, 1, 0$  respectively is
- $\frac{z+i}{-3z+i}$
  - $\frac{z-i}{-3z+i}$
  - $\frac{z+i}{3z+i}$
  - None of these
98. The value of  $\int_C dz$ , where  $C$  is a part of the circle with centre  $(2, 0)$  from  $z = 5$  to  $z = 2 + 3i$  is
- $3 + 2i$
  - $3 - 3i$
  - $-3 + 3i$
  - $-3 - 3i$
99. The radius of convergence of the power series  $\sum_{n=1}^{\infty} n z^n$  is
- $0$
  - $1$
  - $\infty$
  - None of these
100. Let  $f(z) = u + iv$  be an analytic function. If  $u = 3x - 2xy$ , then  $f(z)$  is
- $iz + 3 + c$
  - $iz^2 + 3z + c$
  - $iz^3 + 3z + c$
  - $iz^3 + 3z^2 + c$

91. यदि  $X$  एक अनुक्रमनीय संहत दूरीक समष्टि है, तब निम्नलिखित में से कौन सा सत्य नहीं है :
- (a)  $X$  पूर्ण दूरीक समष्टि है । (b)  $X$  बोलजानो – वैरेस्ट्रास गुण को नहीं रखता है ।  
(c)  $X$  सम्पूर्णतया: परिबद्ध है । (d) इनमें से कोई नहीं
92. फलन  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  इस प्रकार परिभाषित है
- $$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{यदि } x \text{ अपरिमेय है} \\ 0, & \text{यदि } x \text{ परिमेय है} \end{cases}$$
- तब  $f$  है :
- (a) दोनों लेवेग तथा रीमान समकलनीय (b) केवल लेवेग समकलनीय  
(c) केवल रीमान समकलनीय (d) न लेवेग और न ही रीमान समकलनीय
93. वास्तविक संख्याओं का अनुक्रम  $\left\langle \left(1 + \frac{e}{n}\right)^n \right\rangle$  निम्नलिखित में से किस ओर अभिसारित होता है :
- (a)  $e$  (b)  $\frac{3}{2}e$  (c)  $e^e$  (d)  $\frac{1}{e^e}$
94. वास्तविक संख्याओं का समुच्चय  $\left\{ \frac{x}{x+1} : x > -1 \right\}$  है :
- (a) संहत (b) संवृत्त (c) संबद्ध (d) इनमें से कोई नहीं
95. दो मेय समुच्चयों का सममित अन्तर :
- (a) मेय नहीं है । (b) मेय है ।  
(c) दोनों (a) तथा (b) हैं । (d) इनमें से कोई नहीं
96. समीकरण  $|z-1| + |z+1| = 2$  निरूपित करता है :
- (a) एक वृत्त (b) एक दीर्घवृत्त  
(c) एक रेखा (d)  $x$ -अक्ष: पर  $-1$  से  $1$  तक के खंड को ।
97. बिन्दुओं  $i, 0, -i$  को क्रमशः  $-1, 1, 0$  पर प्रतिचित्रित करने वाला द्विरेखीय रूपान्तरण  $f(z)$  है :
- (a)  $\frac{z+i}{-3z+i}$  (b)  $\frac{z-i}{-3z+i}$  (c)  $\frac{z+i}{3z+i}$  (d) इनमें से कोई नहीं
98.  $\int_C dz$ , जहाँ  $C, z=5$  से  $z=2+3i$  को मिलाने वाले वृत्त का भाग है तथा जिसका केन्द्र  $(2, 0)$  है, का मान है :
- (a)  $3+2i$  (b)  $3-3i$  (c)  $-3+3i$  (d)  $-3-3i$
99. घात श्रेणी  $\sum_{n=1}^{\infty} n z^n$  की अभिसार त्रिज्या है :
- (a)  $0$  (b)  $1$  (c)  $\infty$  (d) इनमें से कोई नहीं
100. माना  $f(z) = u + iv$  एक विश्लेषणात्मक फलन है । यदि  $u = 3x - 2xy$ , तब  $f(z)$  है :
- (a)  $iz + 3 + c$  (b)  $iz^2 + 3z + c$  (c)  $iz^3 + 3z + c$  (d)  $iz^3 + 3z^2 + c$

**Space For Rough Work / रफ कार्य के लिए जगह**

**Space For Rough Work / रफ कार्य के लिए जगह**

**Space For Rough Work / रफ कार्य के लिए जगह**